УРОК 2

Тема уроку: Вектори в просторі

Підручник з математики для 10 класу § 6 п. 39

Сьогодні на уроці ви повинні опанувати відомості про вектори у просторі, застосувати знання на практиці, навчитися знаходити координати вектора та модуль вектора.

Перевірка домашнього завдання

№38.3 *Відповідь:* xy: 2; xz: 5; yz; 4

№38.4 *Відповідь:* xz: $M_1(-3;0;4)$; yz; $M_2(0;2;4)$; xy: $M_3(-3;2;0)$

№38.6 *Відповідь:* $CD=2\sqrt{3}$

№38.8 *Відповідь:* (2;-3,5;1)

№38.12 *Відповідь:* (7;-1;0)

№38.16 *Відповідь:* A(0;-3;-4); B(-5;-3;-4)

Пройди тестування «Декартові координати в просторі» http://surl.li/cqqgk

У курсі планіметрії ви вивчали вектори на площині. Тепер ви починаєте вивчати вектори в просторі. Багато понять і властивостей, пов'язаних з векторами на площині, можна майже дослівно віднести до векторів у просторі. Доведення такого роду тверджень про вектори в просторі цілком аналогічні доведенням відповідних тверджень про вектори на площині.

Розглянемо відрізок AB. Якщо ми домовимося точку A вважати **початком** відрізка, а точку B — його **кінцем**, то такий відрізок буде характеризуватися не тільки довжиною, але й напрямом від точки A до точки B. Якщо вказано, яка точка є початком відрізка, а яка точка — його кінцем, то такий відрізок називають **напрямленим відрізком** або **вектором**.

Вектор з початком у точці A й кінцем у точці B позначають так: $\overrightarrow{AB}$ (читають: «вектор AB»). Для позначення векторів також використовують малі букви латинського алфавіту зі стрілкою зверху. На рисунку 39.1 зображено вектори $\overline{AB}, \overline{MN}, \overline{p}$.

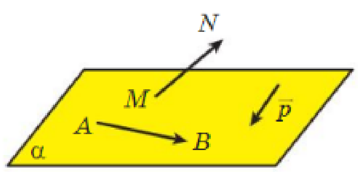


Рис. 39.1

Вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{CD}$ називають ***однаково напрямленими***, якщо однаково напрямлені півпрямі *AB* і *CD*.

Вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{CD}$ називають ***протилежно напрямленими***, якщо протилежно напрямлені півпрямі *AB* і *CD*.

На відміну від відрізка, у якого кінці — різні точки, у вектора початок і кінець можуть збігатися.

Домовились називати вектор, у якого початок і кінець — одна й та сама точка, **нульовим вектором** або **нуль-вектором** і позначати $\vec{\mathbf{0}}$.

Модулем (або довжиною) вектора $\overrightarrow{AB}$ називають довжину відрізка *AB*. Позначають: $|\overrightarrow{AB}|$. Вважають, що модуль нульового вектора дорівнює нулю. Записують: $|\vec{0}| = 0$.

Два вектори називаються ***рівними***, якщо вони мають однакові довжину і напрям.

Координатами вектора з початком у точці $A\ (x_1;\ y_1;\ z_1)$ і кінцем у точці $B\ (x_2;\ y_2;\ z_2)$ називають упорядкований набір чисел: x_2-x_1; y_2-y_1; z_2-z_1.

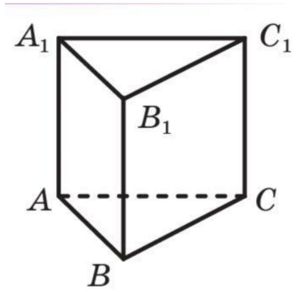
Так само як і на площині, обґрунтовують, що *рівні вектори мають рівні відповідні координати і, навпаки, вектори, які мають рівні відповідні координати, є рівними.* Це дає підставу для позначення вектора його координатами: $\vec{a}\ (a_1;\ a_2;\ a_3)$ або просто $\overline{(a_1;\ a_2;\ a_3)}$.

Опорний конспект

Розв'язування вправ

№ 39.1

На рисунку зображено призму $ABCA_1B_1C_1$, основою якої є правильний трикутник. Чи є рівними вектори:



1) $\overrightarrow{AC}$ і $\overrightarrow{A_1C_1}$ *(так)*

2) $\overrightarrow{AC}$ і $\overrightarrow{A_1B_1}$ *(ні)*

3) $\overrightarrow{BB_1}$ і $\overrightarrow{C_1C}$ *(ні)*

4) $\overrightarrow{BB_1}$ і $\overrightarrow{AA_1}$ *(так)*

№2

Дано чотири точки A (1; 5; -4), B (2; -1; 3), C (-3; 1; 2), D (-4; 7; -5).

1) Укажіть серед векторів $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$ і $\overrightarrow{AD}$ рівні вектори.

2) Знайдіть довжини векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{BC}$.

Розв'язання

1) *Рівні вектори мають рівні відповідні координати. Тому для розв'язання задачі знайдемо координати вказаних векторів і виберемо з них пари рівних векторів (для знаходження координат вектора треба від координат кінця вектора відняти відповідні координати початку).*

Знайдемо координати заданих векторів:
$\overrightarrow{AB}$(1; -6; 7), $\overrightarrow{BC}$ (-5; 2; -1), $\overrightarrow{DC}$ (1; -6; 7), $\overrightarrow{AD}$ (-5; 2; -1). Тоді:

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ і $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$;

2) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1^2 + (-6)^2 + 7^2} = \sqrt{86}$,

$\left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{(-5)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{30}$.

№ 39.15

Модуль вектора $\vec{a}$ (-4; *y*; 12) дорівнює 13. Знайдіть значення *y*.

Розв'язання

Маємо: $\vec{a}$ (-4; *y*; 12) $|\vec{a}| = 13$

$\sqrt{16 + y^2 + 144} = 13$,

$y^2 + 160 = 169$,

$y^2 = 9$,

$y = \pm 3$.

Отже, $\vec{a}$ (-4; -3; 12) або $\vec{a}$ (-4; 3; 12).

№4

Знайдіть координати вершини *D* паралелограма *ABCD*, якщо *A* (3; 2; -1), *B* (5; -4; 7), *C* (-1; 2; 6).

Розв'язання

Якщо ABCD – паралелограм, то в нього протилежні сторони (наприклад, BC і AD) паралельні і рівні, але тоді й вектори $\overrightarrow{BC}$ *і* $\overrightarrow{AD}$ *є рівними, а отже, є рівними й відповідні координати цих векторів.*

Нехай точка *D* має координати *D* (x; y; z). Тоді вектори $\overrightarrow{AD}$ і $\overrightarrow{BC}$ мають координати: $\overrightarrow{AD}$ (x-3; y-2; z+1), $\overrightarrow{BC}$ (-6; 6; -1).

Оскільки *ABCD* – паралелограм, то $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Рівні вектори мають рівні відповідні координати, тому x-3 = -6, y-2=6, z+1= -1. Звідси x = -3, y = 8, z = -2. Тоді точка *D* має координати *D* (-3; 8; -2).

Домашнє завдання: Опрацювати §6 п.39, №39.8, №39.10, №39.16.